Lösung Mathearbeit Nr. 1

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner und Formelsammlung
Wenn nichts anderes angegeben ist, runde die Ergebnisse auf Hundertstel.

1. Aufgaben zum Kreis.

a) Berechne den Umfang eines Kreises mit dem Radius r=5 cm.

$$u=2\pi r$$
$$u=2\pi\cdot 5$$
$$u=31{,}42\,cm$$

b) Berechne den Radius eines Kreises, der eine Fläche von 25 m² hat.

$$A=\pi r^2$$
$$25=\pi r^2 | :\pi$$
$$\frac{25}{\pi}=r^2$$
$$r^2\approx 7{,}96$$
$$r\approx 2{,}82\,m$$

2. Aufgaben zum Kreisausschnitt.

a) Ein Kreisausschnitt habe den Radius 3 cm und den Winkel $\alpha=45°$

Berechne die Fläche des Kreisausschnittes und die Länge des Kreisbogens. Runde jeweils auf Zehntel.

Formel: $b=\frac{2\pi r\alpha}{360°}$

Rechnung:

$$b=\frac{2\pi 3\cdot 45°}{360°}$$
$$b\approx 2{,}4\,cm$$

Formel: $A=\frac{\pi r^2\alpha}{360°}$

Rechnung:

$$A=\frac{\pi 3^2\cdot 45°}{360°}$$
$$A\approx 3{,}5\,cm^2$$

b) Der Kreisbogen eines Kreisausschnittes beträgt 25 cm, der Winkel 60°.
Berechne den Radius des Kreisausschnittes.

$$b=\frac{2\pi r\alpha}{360°} | \cdot 360°$$
$$b\cdot 360°=2\pi r\alpha | :(2\pi)$$

Formel: $\frac{b\cdot 360°}{2\pi}=r\alpha | :\alpha$

$$\frac{b\cdot 360°}{2\pi\cdot\alpha}=r$$

Rechnung:

$$r=\frac{25\cdot 360°}{2\pi\cdot 60°}$$
$$r\approx 47{,}75\,cm$$

3. Familie Jürgens sucht im Möbelgeschäft einen neuen runden Tisch für ihr 2,10 m breites und 3,50 m langes Esszimmer. Der alte Tisch hat einen Durchmesser von 105 cm, der neue Tisch soll eine doppelt so große Tischfläche besitzen.
Der Verkäufer meint: „Für einen Tisch solcher Größe ist ihr Esszimmer zu klein. Der reicht doch bei ihnen von Wand zu Wand!"   Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.

1. Flächeninhalt des alten Tisches

$$A_{alt} = \pi\, r_{alt}^2$$
$$A_{alt} = \pi\, 52{,}5^2$$
$$A_{alt} \approx 8659\, cm^2$$

2. Flächeninhalt des neuen Tisches

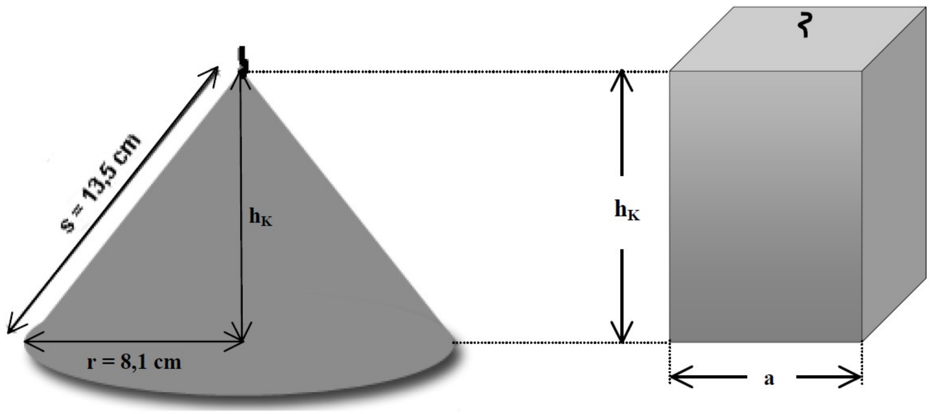
$$A_{neu} = 2 \cdot A_{alt}$$
$$A_{neu} \approx 2 \cdot 8659$$
$$A_{neu} \approx 17318\, cm^2$$

3. Durchmesser des neuen Tisches

$$A_{neu} = \pi\, r_{neu}^2 \,|\, : \pi$$
$$\frac{A_{neu}}{\pi} = r_{neu}^2$$
$$\frac{17318}{\pi} \approx r_{neu}^2 \,|\, \sqrt{}$$
$$r \approx 74{,}2\, cm$$
$$d \approx 148{,}5\, cm$$

Antwort: Da der neue Tisch einen Durchmesser von weniger als 1,5 m hat, passt er ohne weiteres in das Wohnzimmer. Der Verkäufer hat lediglich den Durchmesser verdoppelt – nicht den Flächeninhalt.

4. Eine kegelförmige Kerze wird geschmolzen. Aus dem Wachs soll eine neue Kerze gegossen werden, die die Form einer quadratischen Säule hat und genauso hoch ist wie die kegelförmige Kerze.



a) Berechne das Volumen der kegelförmigen Kerze. Gib das Ergebnis in cm^3 ohne Nachkommastellen an.

1. Berechnen der gemeinsamen Körperhöhe

$$r^2 + h_K^2 = s^2 | -r^2$$
$$h_K^2 = s^2 - r^2$$
$$h_K^2 = 13{,}5^2 - 8{,}1^2$$
$$h_K^2 = 116{,}64 | \sqrt{}$$
$$h_K = 10{,}8\,cm$$

2. Berechnen des Volumens:

Formel: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_K$

Rechnung:

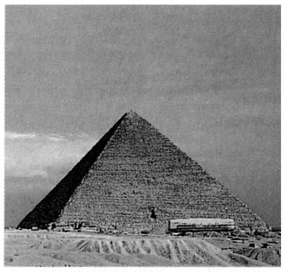
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8{,}1^2 \cdot 10{,}8$$
$$V \approx 742\,cm^3$$

b) Berechne die Grundseite a der Säulenkerze gib das Ergebnis in cm mit einer Nachkommastelle an.

$V = a \cdot a \cdot h_K$, da die Säule quadratisch ist.

$$742 = a^2 \cdot 10{,}8 | :10{,}8$$
$$68{,}7 \approx a^2 | \sqrt{}$$
$$a \approx 8{,}3\,cm$$

5. Die größte Pyramide ist die um 2600 v. Chr. erbaute Cheops-Pyramide. Sie war ursprünglich 146 m hoch, die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche betrug ca. 233 m.



a) Berechne die Größe der Grundfläche. Verwandle in ha.

(1 km² =100 ha; 1 ha = 100 a; 1 a = 100 m²)

$G = a \cdot a$

$G = 233 \cdot 233$

$G = 54289\, m^2$

$G = 5{,}43\, ha$

b) Berechne das Volumen der Cheopspyramide.

Formel: $V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h_K$

Rechnung: $V = \frac{1}{3} 233^2 \cdot 146$

$V \approx 2642\,064{,}67\, m^3$

c) Ein Künstler möchte die Pyramide mit Stoff verhüllen.
Wie viel m² Stoff benötigt er, wenn er 15% für Verschnitt rechnet? Gib das Ergebnis in vollen m² an.

1. Berechnung der Seitenhöhe h_s:

$h_s^2 = (\frac{a}{2})^2 + h_K^2$

$h_s^2 = 116{,}5^2 + 146^2$

$h_s^2 = 34888{,}25$

$h_s \approx 186{,}78\, m$

2. Berechnung der Mantelfläche:

$M = 2 \cdot a \cdot h_s$

$M \approx 2 \cdot 233 \cdot 186{,}78$

$M \approx 87041{,}33\, m^2$

3. Berechnung des Verschnitts:

$87041{,}33 \Leftrightarrow 100\,\%$

$8704{,}133 \Leftrightarrow 10\,\%$

$4352{,}07 \Leftrightarrow 5\,\%$

$100097 \Leftrightarrow 115\,\%$

Antwortsatz: Mit dem Verschnitt benötigt der Künstler 100097 m².
Das entspricht einer Fläche von 10 ha!